ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES DE TANGER
Contrôle continu n°2 (8 Février 2012)
Portables &Documents non autorisés !

Professeur Responsable : H. Samadi
Module : Analyse1
Durée : 2h

Exercice 1 :

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - \cos x - x}{x - \ln(1+x)}$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \left[e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{(x+1)}} \right]$

Exercice 2

Soit la fonction définie par :

$$f(t) = t^2 + t^3 \sin(1/t) \quad \text{si } t \neq 0 \qquad \text{et} \quad f(0) = 0 .$$

1) Vérifier que f est continue et dérivable en 0.
2) f est-elle deux fois dérivable en 0 ?
3) Démontrer que f admet en 0 un DL d'ordre 2.

Exercice 3 :

1. Calculer le développement limité en 0, à l'ordre 2, de $\dfrac{1-u}{1+u}$ puis de $e^{\frac{1-u}{1+u}}$.

2. On pose $f(x) = (x-2).e^{\frac{x-1}{x+1}}$. Donner le développement limité de f au voisinage de l'infini et préciser l'équation de l'asymptote ainsi que sa position par rapport à la courbe de f.

Exercice 4 :

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_{-1}^{0} \frac{2x^4+1}{(x-1)^3(x^2+1)}dx$

2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$

Exercice 5

On pose : $\mathrm{I}_n(x) = \frac{1}{n!}\int_0^x t^n e^{-t}dt$, $n \in \mathrm{IN}$ et $x \in \mathrm{IR}$.

1) Calculer $\mathrm{I}_0(x)$, $\mathrm{I}_1(x)$ $\mathrm{I}_2(x)$ ainsi que les limites de ces expressions quand x tend vers $+\infty$.
2) Déterminer une relation de récurrence entre $\mathrm{I}_n(x)$, $\mathrm{I}_{n+1}(x)$.
3) Calculer $\mathrm{I}_n(x)$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathrm{I}_n(x)$.