Exercice 2 :(14/20)

On considère le repère R(Oxyz) (repère fixe absolu galiléen) muni de la base OND $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Dans le plan xOy (plan horizontal), une droite (D) tourne autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire constante ω (voir figure2).

Soit un repère $R_1(O_1x_1y_1z_1)$ (repère relatif) muni de la base OND $(\vec{i}_1,\vec{j}_1,\vec{k}_1)$, $\vec{k}_1=\vec{k}$ tel que l'axe O_1x_1 est porté par la droite (D). Soit $\vec{\Omega}(R_1/R)=\omega\vec{k}$ le vecteur rotation de (R_1) par rapport à R. L'origine O_1 de (R_1) glisse sur la droite (D) suivant la loi :

$$\overrightarrow{OO_1}=\frac{1}{2}\ a\,t^2\,\vec{i}_1$$

Où a est une constante.

Soit (C) une tige circulaire de rayon R et de centre O_1, constamment contenue dans le plan $x_1O_1z_1$. Un anneau (point matériel) M de masse m se déplace sans frottement, sur la tige (C). Le point M est en mouvement dans le champ de la pesanteur $\vec{g}$. La position de M dans (R_1) est repérée par l'angle θ.

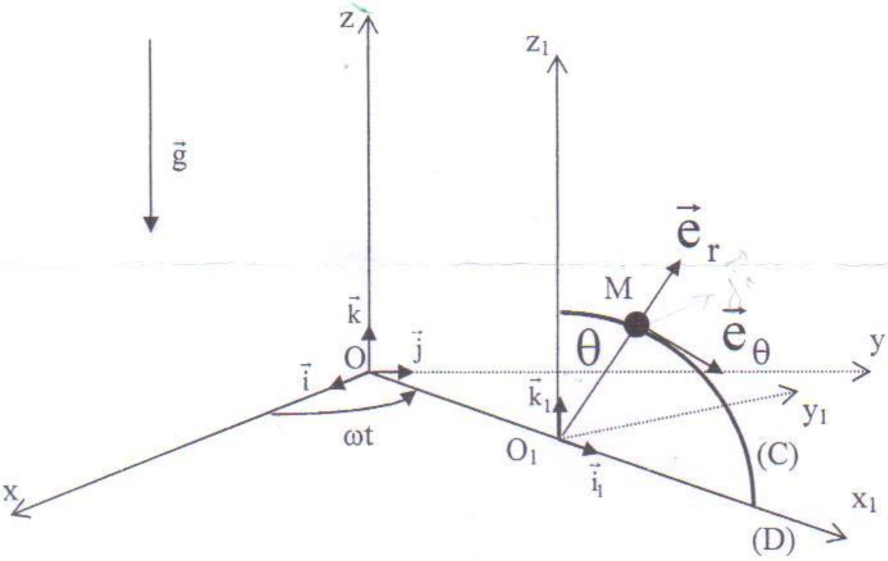

Figure 2

1°) Exprimer dans la base $(\vec{i}_1,\vec{j}_1,\vec{k}_1)$:

a) La vitesse relative et la vitesse d'entraînement du point M.

b) Les accélérations : relative, d'entraînement et de Coriolis du point M.

2°) a) Donner le bilan des forces exercées sur M dans R_1.

b) Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans R_1 au point M.

c) Déterminer l'équation différentielle du mouvement du point M.

d) Déterminer la réaction exercée par (C) sur M.

3°) Monter que le théorème du moment cinétique permet de retrouver l'équation différentielle du mouvement et une composante de la réaction.